

*Пасенченко Ю.А.*  
*к.ф.-м.н., доцент НТУУ «КПІ»*  
*Цеслів А.С.*  
*магістр НТУУ «КПІ»*

## **ВИКОРИСТАННЯ ДИНАМІЧНОЇ СТОХАСТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРИ ІНВЕСТИВАННІ В ПІДПРИЄМСТВО МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ**

*В роботі досліджується можливість застосування стохастичного і динамічного програмування при впровадженні рекламних акцій, з метою отримання прибутку підприємством. З використанням метода «суперцілі» зведено багатокритеріальну задачу до однокритеріальної. Знайдено оптимальний розподіл ресурсів по кожній з акцій для отримання максимального прибутку при мінімізації витрат. Виведено закони розподілу попиту по зовнішньому та внутрішньому трафікам підприємства мобільного зв'язку.*

*In the given work possibility of stochastic and dynamic programming use for introduction of advertising actions is investigated, for profit reception by the enterprise. Multicriterial problem was reduced to singlecriterial using «superpurpose» method. Optimum allocation of resources is found on each of actions for the receipt of maximal income during minimization of charges. The laws of distributing of demand are shown out for to the external and internal traffics of enterprise of mobile communication.*

**Ключові слова:** динамічне програмування, стохастичне програмування, багатокритеріальна оптимізація

**Вступ.** Проблеми розподілу ресурсів під час економічно кризи в Україні є актуальні. Динамічне програмування є одним з найбільш ефективних методів вирішення такої задачі. Застосуванням математичних методів в економіці займалися багато вчених - О. Курне, Л.В. Канторович, Р. Беллман і інші. В даній роботі методами динамічного програмування розглядається задача, що виникає при плануванні діяльності багатьох підприємств мобільного зв'язку.

**Постановка задачі.** В умовах посилення конкурентної боротьби на ринку мобільних послуг підприємство мобільного зв'язку ставить завдання протягом трьох місяців:

досягнути прибутку \$3 млн. за рахунок введення трьох нових акцій; збільшити абонентську базу на 40 тис. абонентів, домогтися не зниження середнього прибутку по абоненту за місяць. Для цього необхідно знайти оптимальну кількість хвилин розмови абонента по внутрішньому та зовнішньому трафіку, які дають право на пільговий тариф. Рекламний бюджет \$900 тис. Розв'язання задачі проводимо при конкретних статистичних даних. Метод розв'язання при цьому не змінюється.

Для виконання поставлених завдань впроваджуються три рекламні акції. Дані по акціях наведені в таблиці 1.

**Таблиця 1**

**Умови рекламних акцій**

№ Акції	АП,\$	КВМ,хв	КЗМ,хв	ТВ,\$	ТЗ,\$	ТВ*,\$	ТЗ*,\$	SMS,шт	T <sub>sms</sub> ,\$	ВЗ,\$
1	0	100	10	0,11	0,2	0,2	0,4	50	0,5	10
2	100	1000	100					0	0	40
3	0	10	100	0,11	0,2	0,2	0,4	100	0,5	16

*Примітка: де АП- абонентська плата; КВМ- кількість хвилин, що можна використати у внутрішній мережі по акційному тарифу; КЗМ- кількість хвилин, що можна використати у зовнішній мережі по акційному тарифу; ТВ- тариф по внутрішній мережі на акційні хвилини; ТЗ- тариф по зовнішній мережі на акційні хвилини; ТВ\*- тариф по внутрішній мережі на позаакційні хвилини; ТЗ\*- тариф по зовнішній мережі на позаакційні хвилини; SMS-кількість sms дозволених акцією по акційному тарифу; T<sub>sms</sub> –тариф за sms; ВЗ- вартість залучення абонента до даної акції.*

Для розв’язання даної задачі можна виділити два етапи:

1. На першому етапі оптимізуємо умови акції щодо кількості хвилин, що надаються абоненту на три періоди. Оптимізуємо кількість хвилин по кожному періоду.

2. На другому етапі зводимо багатокритеріальну задачу до однокритеріальної і оптимізуємо розподіл коштів на рекламу з метою максимізації доходу абонентської бази та оптимізації витрат.

Дані, що відображають як абоненти користувалися послугами за попередні 6 місяців наведені в таблиці 2.

**Таблиця 2**

**Статистичні дані про кількість хвилин, використаних відповідно по внутрішній та зовнішній мережам**

Показник	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Кількість хв. використаних у внутрішній мережі	23,6	23,80	22,90	23,70	22,95	23,40
Кількість хв. використаних у зовнішній мережі	10,40	20,00	30,60	10,70	18,70	25,20
Кількість відправлених SMS	5	10	15	20	17	25

Дохід підприємства мобільного зв’язку визначається перш за все кількістю хвилин, які абонент витрачає на розмови. Абонентська база це показник, який характеризує вартість підприємства в цілому. В умовах економічної кризи більшість підприємств мобільного зв’язку позбавляються абонентів, які мало користуються телефонними розмовами тому що дохід перш за все.

Тому, на даному етапі, дуже важливо правильно розрахувати умови акцій, що впроваджуються.

Кількість хвилин розмови як в середині мережі так і поза її межами це випадкова величина. Для розрахунку оптимальної кількості хвилин проаналізуємо попередні статистичні дані.

Хвилини на розмови по внутрішній мережі мають рівномірний закон розподілу попиту:

$$f(D) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)}, & D \in (a;b) , \\ 0, & D \notin (a;b) \end{cases} \quad (1)$$

де  $a, b$  – нижня і верхня границя діапазону.

Для знаходження оптимального обсягу хвилин по внутрішній мережі і максимального розміру прибутку на кожному із етапів планового періоду використовується формула :

$$F_i(x_i) = \max_{y_i \geq x_i} (-C(y_i - x_i) + \int_0^{y_i} [rD - p1(y_i - D)] f(D) dD + \int_{y_i}^{\infty} [ry_i - p2(D - y_i)] f(D) dD + F_{i-1}(x_i)) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

де  $C$  – вартість хвилини розмови,

$p1$  – пільговий тариф,

$p2$  –тариф поза пільговий,

$D$  – величина випадкового попиту за розглянутий період,

$f(D)$  – щільність імовірності попиту за розглянутий період,

$y$  – кількість хвилин, на протязі яких діє пільговий тариф,

$x$  – наявність хвилин від попередніх періодів,

$r$  – дохід від реалізації однієї хвилини;

Для знаходження оптимального обсягу хвилин по зовнішній мережі і максимального розміру прибутку на кожному із етапів планового періоду використовується формула

$$F_i(x_i) = \max_{y_i \geq x_i} \left\{ -C(y_i - x_i) + \int_0^{y_i} [rD - p1(y_i - D)] \frac{1}{\mu T} e^{-\frac{D}{\mu T}} dD + \int_{y_i}^{\infty} [ry_i - p2(D - y_i)] \frac{1}{\mu T} e^{-\frac{D}{\mu T}} dD + F_{i-1}(x_i) \right\} \quad i=1,2,\dots,n \quad (3)$$

Хвилини на зовнішню мережу мають експоненціальний закон розподілу попиту на хвилини:

$$f(D) = \begin{cases} \frac{1}{\mu T} e^{-\frac{D}{\mu T}}, & D > 0; \\ 0, & D \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Для розробки математичної моделі, введемо умовні позначення:

$A1, A2, A3$  – кількість абонентів, що буде залучена відповідно по першій, другій та третій акціям,  $F1_i(y_i, x_i)$  – кількість хвилин дозволених акцією по внутрішньому трафіку,  $F2_i(y_i, x_i)$  – кількість хвилин дозволених акцією по зовнішньому трафіку,  $K_{sms}$  – кількість SMS по акції 1.

Для другої акції кількість хвилин по внутрішньому та зовнішньому трафіку фактично необмежена, тому витрати становлять \$40 A2 (на залучення абонента), а прибуток \$100 A2 (абонентська плата).

Таблиця 3

**Оптимальний розподіл хвилин по етапам**

Період	Акція 1		Акція 3	
	внутрішні,хв	зовнішні,хв	внутрішні хв	зовнішні,хв
I	78	6	20	61
II	13	4	21	36
III	9	0	0	3
Всього:	100	10	41	100

Оскільки оптимальні умови для проведення акції ми вже обчислили, то на даному етапі розв'язуємо багатокритеріальну задачу: оптимізувати кількість абонентів, та рекламні кошти, що необхідно вкласти в кожну акцію, щоб максимізувати прибуток. За допомогою динамічного програмування розподіляємо гроші по періодах. При такій постановці задачі обираємо за керовані змінні – кількості абонентів  $A1, A2, A3$ , а  $R$ - витрати на відповідну акцію.

Складемо математичну модель даної задачі

$$A1 + A2 + A3 \geq 40000 \text{ (кількості абонентів), (5)}$$

$$\$10 A1 + \$40 A2 + \$16 A3 \leq 900000 \text{ (рекламний бюджет), (6)}$$

$$P = A1(F1_i(y_i, x_i) \cdot 0,1 + F2_i(y_i, x_i) \cdot 0,2 + K_{sms} \cdot 0,5) + A2 \cdot 100 + \\ + A3 \cdot (F1_i(y_i, x_i) \cdot 0,1 + F2_i(y_i, x_i) \cdot 0,2 + K_{sms} \cdot 0,5) \geq 3000000 \text{ (7)}$$

$$A1, A2, A3 \geq 0$$

Вважаємо, що для першої акції кількість хвилин по внутрішній мережі значно більша середнього значення, тому абонент навряд чи перебільшить цю величину. Аналогічно для третьої акції по зовнішньому графіку.

Тобто нам необхідно:

$$F_1 = M \left\{ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_i R_{ij} \right\} \rightarrow \min \text{ мінімізувати витрати на рекламу; (8)}$$

$$F_2 = M \left\{ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} \right\} \rightarrow \max \text{ максимізувати дохід. (9)}$$

Таким чином, маємо багатокритеріальну задачу, в якій існує ряд кількісних показників  $F_1(\bar{x})$ ,  $F_2(\bar{x})$ , ..., одні з яких бажано перетворити в максимум, інші в мінімум.

На сьогоднішній день існують такі основні методи розв'язання багатокритеріальних задач: метод Парето, метод послідовних поступок, метод «суперцілі», методи з використанням ігрових моделей.

Широко використовують також спосіб зведення багатокритеріальної задачі до одноцільової – тобто виділяють один (головний) показник  $F_1(\bar{x})$  і прагнуть

обернути його в максимум/мінімум, а на всі інші  $F_2(\bar{x})$ ,  $F_3(\bar{x})$  накладають умови типу:

$$F_2(\bar{x}) \geq F_2^*, \quad (10)$$

$$F_3(\bar{x}) \geq F_3^*, \quad (11)$$

Ідею складання «суперцілі» можна виразити так:

$$u(\bar{x}, \bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^m \alpha_i F_i(\bar{x}) \rightarrow \max, \quad (12)$$

де  $\alpha_i$  – вага функції,  $\alpha_i \geq 0$ , якщо  $F_i(\bar{x}) \rightarrow \max$ ;  $\alpha_i < 0$ , якщо  $F_i(\bar{x}) \rightarrow \min$  у початковій задачі.

Для розв’язування моделі (1), (2) застосуємо метод «суперцілі»; це можливо, оскільки  $F_1(\bar{x})$ ,  $F_2(\bar{x})$  визначені в одних і тих же економічних показниках. Нехай  $\lambda_1 = -0,1$ ,  $\lambda_2 = 0,2$  побудуємо відповідну функцію згортки:

$$\Phi(\bar{x}, \lambda_1, \lambda_2) = -0,1(\$10A1 + \$40A2 + \$16A3) + 0,2(A1(F_1(y_i, x_i) \cdot \$0,1 + F_2(y_i, x_i) \cdot \$0,2 + K_{sms} \cdot \$0,5) + \$100A2 + A3(F_1(y_i, x_i) \cdot \$0,1 + F_2(y_i, x_i) \cdot \$0,2 + K_{sms} \cdot \$0,5))$$

Після перетворень отримаємо:

$$\Phi(\bar{x}, \lambda_1, \lambda_2) = 6,4A1 + 16A2 + 8,22A3 \rightarrow \max \quad (13)$$

Для розв’язання задачі використовуємо симплекс-метод.

**Результати дослідження.** Відобразимо отримані результати у таблиці 4.

**Таблиця 4**

**Оптимальний розподіл грошових ресурсів між рекламними акціями по періодах**

№ Акції/Період	I		II		III	
	C1	D1	C2	D2	C3	D3
Акція 1	200	652,5	100	371,938	100	381,225
Акція 2	200	805	-	-	-	-
Акція 3	300	1043,4	100	272,3	-	-

Примітка: де C1, C2, C3 – вкладення грошових ресурсів, D1, D2, D3 – дохід.

Такий розподіл грошових ресурсів між акціями по періодах принесе загальний дохід \$3526,363.

**Висновки.** Наукова новизна даної роботи полягає в застосуванні стохастичного і динамічного програмування для знаходження оптимального розподілу ресурсів при впровадженні рекламних акцій підприємствами мобільного зв’язку з метою отримання максимального прибутку. З використанням метода «суперцілі» зведено багатокритеріальну задачу до однокритеріальної. Проаналізовані закони розподілу попиту по зовнішньому та внутрішньому трафікам підприємства мобільного зв’язку. Прийнято рішення про оптимальний розподіл ресурсів по кожній з акцій для отримання максимального прибутку при мінімізації витрат.

### Перелік посилань

1. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : підруч. [для вищ. навч. закл., що навч. за напр. «Прикладна математика» та «Комп'ютерні науки»] / Зайченко Ю.П. – К. : ЗАТ «ВПОЛ», 2001. – 688 с. - ISBN 5-11-000226-6 .
2. Карагодова О.О. Дослідження операцій / О.О. Карагодова, В.Р. Кігель, В.Д. Рожок. – К.: Центр учбової літератури, 2007 – 256 с. – ISBN 978-966-364-446-2.
3. Кігель В.Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці : Монографія / В.Р. Кігель. – К.: ЦУЛ, 2003. – 202 с. – ISBN 966-8253-13-2.
4. Ляшенко И.Н. Математическое моделирование и оптимальное проектирование некоторых хозяйственных гелиотехнических систем / И.Н. Ляшенко, Ш.Р. Реджепова. – К.: Киев.гос. ун-т им. Т. Г. Шевченко, 1989. – 121с. - ISBN 5-8338-0120-6.
5. Таха Х.А. Введение в исследование операций / Таха Х.А., А.А.Минько – К.: Вильямс, 2005. – 912 с. – ISBN 5-8459-0740-3.

---

**Підлісна О.А.**

*к.т.н., доцент НТУУ «КПІ»*

**Асютіна І.О.**

*студентка ХТФ, НТУУ «КПІ»*

**Котеленець О.В.**

*студент ІФФ, НТУУ «КПІ»*

## ГРАЛЬНИЙ БІЗНЕС В УКРАЇНІ: ПЕРЕВАГИ І НЕДОЛІКИ

*Тема заборони грального бізнесу є однією з найактуальніших в Україні цього року, бо стосується кожного з нас, незалежно від того, чи відвідували ви казино, чи ні. Адже істотно скоротилися надходження в держбюджет, а це не може не вплинути на матеріальне становище українців. У статті наведено результати дослідження переваг і недоліків державного регулювання грального бізнесу, викладено аналіз рішення Верховної Ради щодо регулювання азартних ігор.*

*The theme of ban of playing business is one of the most actual in Ukraine this year, because it concerns everyone regardless of have you ever been there or not. However the receipt into the budget of our country have reduced and it has a great influence on the financial situation of each citizen. This article will help you to understand the problem of government regulation positive and negative aspects of these decision, the analyze of Ukrainian Parliament decide about reckless games.*

**Ключові слова:** гральний бізнес, податок, ліцензія, торговий патент, закон.

**Вступ.** У 2009-му році був прийнятий Закон України «Про заборону грального бізнесу в Україні» [1]. Запроваджені ним обмеження обумовлені конституційними принципами пріоритету прав і свобод людини і громадянина, захистом моральності та здоров'я населення, заборонаю використання власності на шкоду людині і суспільству. Відповідно до закону, гральний бізнес - діяльність з організації та проведення азартних ігор у казино, на гральних